

Klausurvorbereitung: Wellen und Interferenz

Physik, 5-stündiger Kurs · Übungsaufgaben mit gestuften Hilfen

Aufgabe 1: Interferenz am Doppelspalt

Abitur 2021, Aufgabe II, Nr. 1

Das Licht eines Laserpointers der Wellenlänge 630 nm fällt senkrecht auf einen Doppelspalt. Parallel zum Doppelspalt befindet sich im Abstand von 6,9 m ein Schirm. Auf diesem ist ein Streifenmuster erkennbar.

a) Erklären Sie das Zustandekommen des Streifenmusters.

Das Maximum 3. Ordnung hat vom Maximum 0. Ordnung einen Abstand von 26 mm.

b) Zeigen Sie, dass der Spaltmittenabstand 500 μm beträgt.

Die Spaltbreite der beiden Spalte beträgt jeweils 100 μm .

c) Erklären Sie, warum einige Doppelspaltmaxima nicht beobachtbar sind.

d) Berechnen Sie die Lage und Ordnung des ersten nicht beobachtbaren Doppelspaltmaximums auf dem Schirm.

e) Erklären Sie, wie sich eine Verdopplung des Spaltmittenabstandes bei konstanter Spaltbreite auf das Interferenzbild auswirkt.

Aufgabe 2: Überlagerung zweier Wellen auf einem Wellenträger

Abitur 2021, Aufgabe I, Nr. 3

Am linken Ende eines horizontalen, linearen Wellenträgers der Länge 100 cm befindet sich ein Erreger E_1 , am rechten Ende ein Erreger E_2 . Beide Erreger schwingen harmonisch mit der Frequenz 0,25 Hz und der Amplitude 1,0 cm.

Zum Zeitpunkt 0 s beginnt E_1 aus der Gleichgewichtslage nach unten zu schwingen, während E_2 aus der Gleichgewichtslage mit seiner Schwingung nach oben beginnt. Nach 5,0 s treffen die von E_1 und E_2 ausgehenden Wellen aufeinander.

a) Bestimmen Sie die Wellenlänge der von den Erregern ausgehenden Wellen.

b) Erklären Sie, weshalb sich die Mitte des Wellenträgers nicht bewegt.

c) Zeichnen Sie das Momentanbild des Wellenträgers zum Zeitpunkt 9,0 s. Geben Sie alle Punkte des Wellenträgers an, die zu diesem Zeitpunkt in Ruhe sind.

Abb. 1 stellt die Bewegung eines Teilchens des Wellenträgers im Zeitraum $0 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s}$ dar.

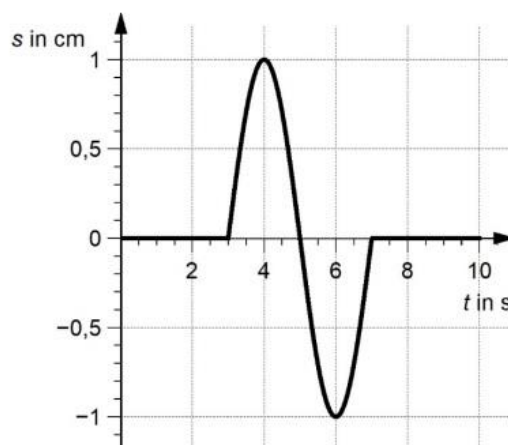


Abb. 1: Zeit-Auslenkung-Diagramm eines Teilchens des Wellenträgers

- d) Erklären Sie, wie die unterschiedlichen Abschnitte des Schaubilds zustande kommen, und bestimmen Sie den Ort des Teilchens.

In einem neuen Versuch starten beide Erreger zum Zeitpunkt 0 s gleichphasig nach oben.

- e) Zeichnen Sie das Zeit-Auslenkung-Diagramm für das Zeitintervall $0 \text{ s} \leq t \leq 10 \text{ s}$ des Teilchens, das 70 cm vom linken Ende entfernt ist.

Aufgabe 3: Interferenz von Wasserwellen

Abitur 2022, Aufgabe I

Zwei Stifte E_1 und E_2 , die in ein Wasserbecken eintauchen, haben einen Abstand von 3,0 cm. Sie schwingen gleichphasig, harmonisch und mit gleicher Amplitude. Die erzeugten Wellen bewegen sich mit der Geschwindigkeit $20,0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ auf der Wasseroberfläche. Von einer Abnahme der Amplitude wird abgesehen.

Abb. 1 zeigt eine Momentaufnahme der Wasseroberfläche zu einem bestimmten Zeitpunkt nach Beginn der Schwingungen. In den hellen Zonen befinden sich Wellenberge und in den dunklen Zonen Wellentäler. Es gibt Bereiche im Wasserbecken, in denen die Wasseroberfläche dauerhaft in Ruhe ist.

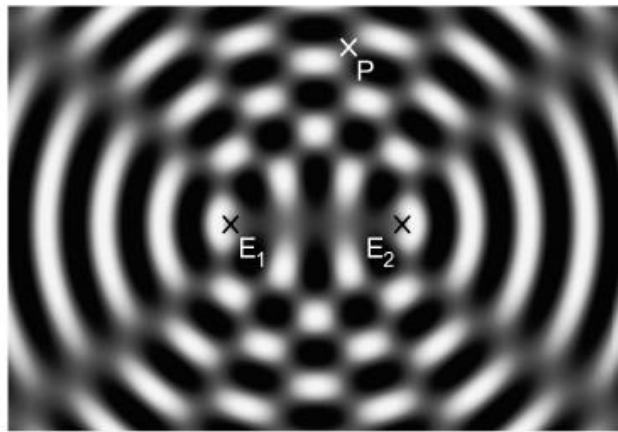


Abb. 1: Momentaufnahme der Wasseroberfläche

- a) Erklären Sie das Zustandekommen dieser dauerhaft in Ruhe befindlichen Bereiche.

Die Wasseroberfläche an der Stelle P in Abb. 1 ist dauerhaft in Ruhe. Der Abstand von P zu E_1 beträgt 3,7 cm, der von P zu E_2 beträgt 3,2 cm.

- b) Zeigen Sie unter Verwendung dieser Angaben, dass die Wellenlänge 1,0 cm beträgt.
c) Berechnen Sie die Frequenz der beiden Stifte.

Von einer Schülerin wird über die Wasserbewegung auf der Strecke zwischen den Erregern E_1 und E_2 folgende Aussage getroffen:

„Zum Zeitpunkt der Aufnahme befinden sich alle Teilchen zwischen E_1 und E_2 momentan in Ruhe.“

- d) Beurteilen Sie diese Aussage.

Die Frequenz der Stifte wird nun langsam erhöht, sodass sich die Bereiche, die dauerhaft in Ruhe bleiben, in der Wanne sichtbar verschieben. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen ändert sich dabei nicht.

- e) Ermitteln Sie, auf welchen Wert die Frequenz mindestens vergrößert werden muss, damit die Stelle P erneut in einem Bereich liegt, der dauerhaft in Ruhe ist.
f) Bestimmen Sie den Frequenzbereich, für den sich in der Wanne auf Dauer keine Bereiche mit unbewegter Wasseroberfläche mehr ausbilden können.

Aufgabe 4: Abstandsradarsystem beim Auto

Auszug aus dem Abitur 2025, Aufgabe III · 40 BE

Moderne Autos besitzen Fahrerassistenzsysteme, bei denen ein Radar verwendet wird. Dieses befindet sich an der Front des Autos und dient hauptsächlich der Abstandsmessung.

- 1 Radarsysteme in Fahrzeugen arbeiten mit elektromagnetischen Wellen im Frequenzbereich zwischen 20 GHz und 80 GHz. Ermitteln Sie mithilfe von M1, welchem Bereich des elektromagnetischen Spektrums die verwendeten Wellen zuzuordnen sind. **3 BE**
- 2 Elektromagnetische Wellen können mit einem Schwingkreis erzeugt werden.
 - a) Erklären Sie die Entstehung von Schwingungen in einem elektromagnetischen Schwingkreis. **6 BE**
 - b) Beurteilen Sie, ob es mit den in M2 aufgeführten handelsüblichen Bauteilen möglich ist, eine Schwingung in dem in Aufgabe 1 genannten Frequenzbereich zu erzeugen. **3 BE**
 - c) Erklären Sie, dass man den Hertz'schen Dipol als Grenzfall eines elektromagnetischen Schwingkreises beschreiben kann und mit dem Hertz'schen Dipol große Frequenzen erzeugt werden können. **4 BE**

Material M1: Informationen zum elektromagnetischen Spektrum

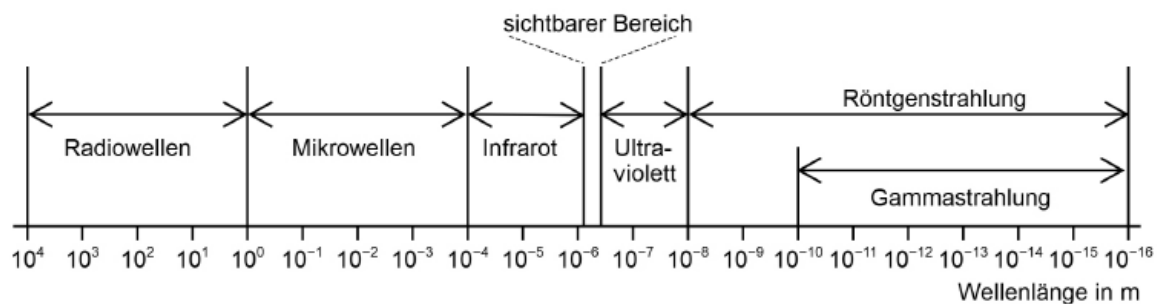


Abb. 1: Elektromagnetisches Spektrum

Tab. 1: Vorsätze bei Einheiten

Vorsatz	Kilo (k)	Mega (M)	Giga (G)	Tera (T)
Wert	10^3	10^6	10^9	10^{12}
Vorsatz	Milli (m)	Mikro (μ)	Nano (n)	Piko (p)
Wert	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Material M2: Auszug aus einer Bestellliste

Tab. 2: Auszug aus dem Katalog eines Lehrmittelherstellers

Artikelnummer	Artikelbezeichnung	Größe	Preis
312 182	Kondensator	4,7 pF	14,00 € zzgl. MwSt.
312 23	Kondensator	220 pF	14,00 € zzgl. MwSt.
312 262	Kondensator	3,3 nF	14,00 € zzgl. MwSt.
722 84	Spule 1000 Windungen	18 mH	51,60 € zzgl. MwSt.
722 83	Spule 500 Windungen	4,4 mH	49,80 € zzgl. MwSt.

Aufgabe 5: Stehende Schallwellen im Klassenraum

Ergänzende Übungsaufgabe (keine Abituraufgabe)

Im Kundt'schen Rohr bilden sich stehende Schallwellen zwischen zwei Begrenzungen aus. Dasselbe Prinzip „Welle im Kasten“ lässt sich auf einen leeren Klassenraum übertragen: Ein Lautsprecher regt die Luft zwischen zwei gegenüberliegenden Wänden an, die $L = 5,0 \text{ m}$ voneinander entfernt sind. Betrachtet wird nur die Schwingung in Längsrichtung des Raums. Beide Wände wirken als geschlossene Enden. Die stehenden Wellen werden über die Schnelle beschrieben, also über die Schwingungsbewegung der Luftteilchen. Die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt $c = 343 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Abb. 1 zeigt den Längsschnitt des Raums dreimal; x ist der Abstand von der linken Wand. In der rechten Wand befindet sich eine große, zunächst geschlossene Tür.

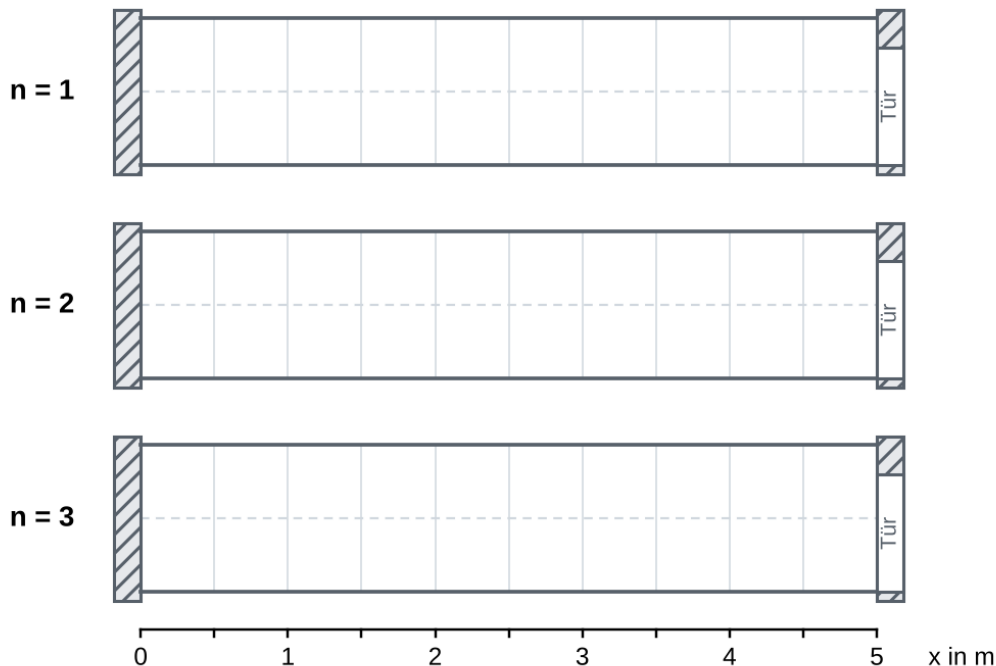


Abb. 1: Längsschnitt des leeren Klassenraums ($L = 5,0 \text{ m}$)

- Zeichnen Sie in Abb. 1 die ersten drei stehenden Schallwellen ein, die sich im Raum ausbilden können. Kennzeichnen Sie Schnelleknoten (K) und Schnellebäuche (B).
- Berechnen Sie die Wellenlängen und Frequenzen dieser drei Eigenschwingungen.
- Bestimmen Sie rechnerisch, ob sich an den Stellen $x = 2,5 \text{ m}$ und $x = 1,25 \text{ m}$ bei den drei Eigenschwingungen jeweils ein Schnelleknoten, ein Schnellebauch oder keins von beiden befindet. Ein Mikrofon reagiert auf Druckschwankungen. Geben Sie an, bei welcher der drei Eigenschwingungen ein Mikrofon in der Raummitte das stärkste Signal liefert.

Während der Lautsprecher läuft, öffnet jemand die große Tür in der rechten Wand. Die Türöffnung wirkt näherungsweise wie ein offenes Ende.

- Erläutern Sie, wie sich die Bedingungen für stehende Wellen im Raum dadurch ändern. Untermauern Sie Ihre Aussage mit einer Beispielrechnung.

Aufgabe 6: Elektronenwellen im Wasserstoffatom

Ergänzende Übungsaufgabe (keine Abituraufgabe)

Im Bohr'schen Atommodell umkreist das Elektron den Atomkern, ein einzelnes Proton, nur auf bestimmten Bahnen. Die ersten beiden Bahnradien betragen $r_1 = 0,053 \text{ nm}$ ($n = 1$) und $r_2 = 0,212 \text{ nm}$ ($n = 2$). Nach de Broglie lässt sich einem Elektron mit der Geschwindigkeit v eine Wellenlänge zuordnen: $\lambda = h / (m_e \cdot v)$.

Energieniveaus: $E_n = -13,6 \text{ eV} / n^2$ · $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ · $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ · $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ · $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ · $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ · $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

- Wasserstoff sendet ein Linienspektrum aus. Erklären Sie das Zustandekommen der Linien. Berechnen Sie die Wellenlänge des Lichts, das beim Übergang von $n = 3$ nach $n = 2$ ausgesendet wird, und geben Sie seine Farbe an.
- Berechnen Sie die Coulomb-Kraft zwischen Kern und Elektron auf der ersten und auf der zweiten Bahn. Geben Sie an, um welchen Faktor die Kraft abnimmt, und begründen Sie diesen Faktor.

Abb. 1 zeigt die ersten drei Elektronenbahnen (nicht maßstäblich).

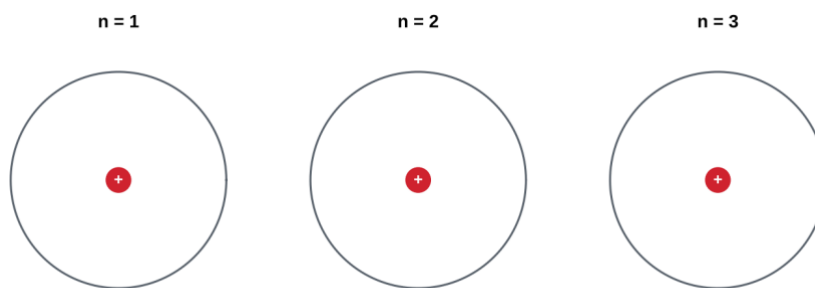


Abb. 1: Die ersten drei Bahnen des Elektrons im Bohr'schen Modell (nicht maßstäblich)

- Auf die n -te Bahn passen genau n volle Wellenlängen der Elektronenwelle. Zeichnen Sie diese Elektronenwellen qualitativ in Abb. 1 ein.
- Berechnen Sie für die zweite Bahn den Umfang und die Wellenlänge des Elektrons. Bestimmen Sie daraus mit der de-Broglie-Beziehung die Geschwindigkeit des Elektrons und seine Umlauffrequenz.
- Für eine Welle im Kasten der Länge L gilt $L = n \cdot \lambda/2$, für die Elektronenwelle auf der Kreisbahn dagegen $2\pi r = n \cdot \lambda$. Erläutern Sie, warum auf der Kreisbahn volle Wellenlängen nötig sind, während im Kasten Vielfache der halben Wellenlänge genügen. Zeigen Sie an einem Beispiel, was mit einer Welle geschähe, die 2,5 Wellenlängen auf dem Umfang hätte.

TEIL B: GESTUFTE HILFEN

So arbeiten Sie mit den Hilfen. Die **Formelkarte** zu Beginn jeder Aufgabe nennt alle benötigten Zusammenhänge. **Hilfe 1 · Idee** gibt die physikalische Grundidee, **Hilfe 2 · Ansatz** den konkreten Lösungsweg. Unter **Kontrolle** steht das Ergebnis zum Abgleich, nicht als Ersatz für die eigene Begründung.

Hilfen zu Aufgabe 1: Interferenz am Doppelspalt

Formelkarte zu Aufgabe 1 (g : Spaltmittenabstand, b : Spaltbreite, e : Abstand Spalt–Schirm, d_k : Abstand des k -ten Maximums von der Mitte)

Zusammenhang	Formel
Interferenzbedingungen	Maximum: $\Delta s = k \cdot \lambda$; Minimum: $\Delta s = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$, mit $k = 0, 1, 2, \dots$
Doppelspalt, vereinfachte Formel (nur bei kleinem Winkel, also $d_k \ll e$)	$d_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot e}{g}$ bzw. $\lambda = \frac{d_k \cdot g}{k \cdot e}$
Abstand benachbarter Maxima	$\Delta d = \frac{\lambda \cdot e}{g}$
Minima am Einzelspalt (gleiche Bauart, Spaltbreite b statt g)	$d_n = \frac{n \cdot \lambda \cdot e}{b}$, mit $n = 1, 2, \dots$

a) Zustandekommen des Streifenmusters

Hilfe 1 · Idee: Jeder Spalt ist nach Huygens Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle. Beide Spalte werden von derselben Laserwellenfront getroffen; die Elementarwellen sind also kohärent und überlagern sich hinter dem Doppelspalt.

Hilfe 2 · Ansatz: Für jeden Punkt auf dem Schirm entscheidet der Gangunterschied Δs der beiden Teilwellen: $\Delta s = k\lambda$ ergibt konstruktive Interferenz (heller Streifen), $\Delta s = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ destruktive Interferenz (dunkler Streifen). Fachbegriffe: Beugung, Elementarwelle, Kohärenz, Interferenz, Gangunterschied.

b) Spaltmittenabstand

Hilfe 1 · Idee: Zuerst prüfen, ob die vereinfachte Doppelspaltformel benutzt werden darf: Wie groß ist der Abstand des Maximums auf dem Schirm im Vergleich zum Schirmabstand?

Hilfe 2 · Ansatz: 26 mm sind winzig im Vergleich zu 6,9 m. Der Weg zum Maximum 3. Ordnung weicht also nur ganz wenig von der Geradeausrichtung ab, es handelt sich um einen kleinen Winkel. Deshalb gilt die vereinfachte Formel; nach g umgestellt: $g = \frac{k \cdot \lambda \cdot e}{d_k}$ mit $k = 3$, $d_3 = 26$ mm, $e = 6,9$ m.

Kontrolle: $g \approx 5,0 \cdot 10^{-4}$ m ≈ 500 μ m (genau: 502 μ m).

c) Nicht beobachtbare Maxima

Hilfe 1 · Idee: Jeder einzelne Spalt erzeugt selbst ein Beugungsbild. Dieses Einzelspaltmuster bildet die „Hüllkurve“ für die Helligkeit des Doppelspaltmusters.

Hilfe 2 · Ansatz: An den Stellen, an denen der Einzelspalt ein Minimum hat, kommt aus keinem der beiden Spalte Licht an. Fällt ein Doppelspaltmaximum genau auf eine solche Stelle, fehlt dieses Maximum.

d) Erstes nicht beobachtbares Maximum

Hilfe 1 · Idee: Gesucht ist das erste Doppelspaltmaximum, das genau dort liegt, wo das erste Einzelspaltminimum ist. Beide Formeln haben dieselbe Bauart, man kann sie also gleichsetzen.

Hilfe 2 · Ansatz: $\frac{k \cdot \lambda \cdot e}{g} = \frac{1 \cdot \lambda \cdot e}{b} \Rightarrow k = \frac{g}{b} = \frac{500 \mu\text{m}}{100 \mu\text{m}}$. Die Lage dieses Maximums mit $d_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot e}{g}$ berechnen.

Kontrolle: Es fehlt das Maximum 5. Ordnung; es läge bei $d_5 \approx 43$ mm beiderseits des Maximums 0. Ordnung.

e) Verdopplung des Spaltmittenabstands

Hilfe 1 · Idee: Trennen, was von g und was von b abhängt: Der Abstand der Doppelspaltmaxima hängt von g ab, die Lage der Einzelspaltminima (Hüllkurve) nur von b .

Hilfe 2 · Ansatz: $\Delta d = \frac{\lambda_e}{g}$: Verdopplung von g halbiert den Abstand benachbarter Maxima. Die Hüllkurve bleibt unverändert. Neues Verhältnis $\frac{g}{b} = 10 \Rightarrow$ welche Ordnung fehlt jetzt zuerst?

Kontrolle: Streifenabstand $\approx 4,3$ mm statt $\approx 8,7$ mm; die Maxima liegen doppelt so dicht. Erstes fehlendes Maximum ist nun die 10. Ordnung, weiterhin bei $d \approx 43$ mm. Im Hauptmaximum der Hüllkurve liegen 19 statt 9 Maxima.

Hilfen zu Aufgabe 2: Überlagerung zweier Wellen auf einem Wellenträger

Formelkarte zu Aufgabe 2 ($L = 100$ cm: Länge des Wellenträgers, x : Abstand vom linken Ende)

Zusammenhang	Formel
Periodendauer	$T = \frac{1}{f}$
Ausbreitungsgeschwindigkeit	$c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ und $c = \lambda \cdot f$
Ankunftszeit am Ort x	von E_1 : $t_1 = \frac{x}{c}$; von E_2 : $t_2 = \frac{L-x}{c}$
Gangunterschied am Ort x	$\Delta s = (L-x) - x $
Gegenphasige Erreger	$\Delta s = k\lambda \Rightarrow$ Knoten; $\Delta s = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ Bauch
Gleichphasige Erreger	$\Delta s = k\lambda \Rightarrow$ Bauch; $\Delta s = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ Knoten
Stehende Welle	Abstand benachbarter Knoten: $\frac{\lambda}{2}$; Amplitude im Bauch: $2\hat{y}$

a) Wellenlänge

Hilfe 1 · Idee: Beide Wellen starten gleichzeitig und sind gleich schnell. Wo treffen sie sich also?

Hilfe 2 · Ansatz: Jede Welle legt bis zum Treffpunkt in der Mitte 50 cm in 5,0 s zurück: $c = \frac{50 \text{ cm}}{5,0 \text{ s}}$. Mit $T = \frac{1}{f}$ folgt $\lambda = c \cdot T$.

Kontrolle: $c = 10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $T = 4,0 \text{ s}$, $\lambda = 40 \text{ cm}$.

b) Ruhende Mitte

Hilfe 1 · Idee: Die Startrichtungen der beiden Erreger vergleichen und den Gangunterschied in der Mitte bestimmen.

Hilfe 2 · Ansatz: Beide Wellen erreichen die Mitte gleichzeitig ($\Delta s = 0$), die Erreger schwingen aber gegenphasig. Damit gilt dort zu jedem Zeitpunkt $y_1 = -y_2$, also $y_1 + y_2 = 0$: destruktive Interferenz, ein Schwingungsknoten. Vor $t = 5,0 \text{ s}$ ist noch keine Welle in der Mitte angekommen.

c) Momentanbild bei $t = 9,0$ s

Hilfe 1 · Idee: Zuerst klären, wie weit jede Welle nach 9,0 s gelaufen ist. Dann gibt es zwei Randbereiche mit nur einer Welle und einen Mittelbereich, in dem sich beide zu einer stehenden Welle überlagern. Achtung: „in Ruhe“ heißt Geschwindigkeit null, nicht Auslenkung null.

Hilfe 2 · Ansatz: Laufweg $9,0 \text{ s} \cdot 10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 90 \text{ cm}$: Die Welle von E_1 reicht bis $x = 90 \text{ cm}$, die Welle von E_2 bis $x = 10 \text{ cm}$. $9,0 \text{ s} = 2\frac{1}{4} T$, also steht E_1 im unteren, E_2 im oberen Umkehrpunkt. Die Momentanbilder beider Einzelwellen zeichnen und punktweise addieren. Zwischen 10 cm und 90 cm liegen Knoten im Abstand $\lambda/2 = 20 \text{ cm}$, ausgehend vom Knoten in der Mitte.

Kontrolle: $y(0) = -1,0 \text{ cm}$; Knoten bei 10, 30, 50, 70 und 90 cm; Bäuche mit $+2,0 \text{ cm}$ bei 20 cm und 60 cm, mit $-2,0 \text{ cm}$ bei 40 cm und 80 cm; $y(100 \text{ cm}) = +1,0 \text{ cm}$. Dauerhaft in Ruhe sind die Knoten. Da alle Punkte zwischen 10 cm und 90 cm zu diesem Zeitpunkt gerade umkehren, haben sie (wie auch die Erreger) in diesem Moment die Geschwindigkeit null.

d) Deutung von Abb. 1

Hilfe 1 · Idee: Das Diagramm in drei Abschnitte teilen: Ruhe, eine volle Schwingung, wieder Ruhe. Welche Welle kommt zuerst an (Startrichtung!), und was passiert, wenn die zweite Welle eintrifft?

Hilfe 2 · Ansatz: Das Teilchen startet bei 3 s nach oben, also kommt zuerst die Welle von E_2 an: Abstand zu $E_2 = c \cdot 3 \text{ s}$. Bei 7 s trifft die Welle von E_1 ein; ab dann löschen sich beide aus. Prüfen: Gangunterschied an diesem Ort bei gegenphasigen Erregern?

Kontrolle: Das Teilchen ist 30 cm von E_2 entfernt, also bei $x = 70 \text{ cm}$. Dort gilt $\Delta s = 70 \text{ cm} - 30 \text{ cm} = 40 \text{ cm} = \lambda$, bei gegenphasigen Erregern ein Knoten (vgl. c).

e) Zeit-Auslenkung-Diagramm bei gleichphasigen Erregern

Hilfe 1 · Idee: Die Ankunftszeiten der Wellen bei $x = 70 \text{ cm}$ bleiben gleich, nur die Startrichtung von E_1 ändert sich.

Hilfe 2 · Ansatz: 0–3 s: Ruhe. 3–7 s: nur die Welle von E_2 , Amplitude 1,0 cm, Start nach oben. Ab 7 s: Welle von E_1 kommt hinzu, $\Delta s = \lambda$ bei gleichphasigen Erregern $\Rightarrow$ konstruktive Interferenz.

Kontrolle: $y(4 \text{ s}) = +1 \text{ cm}$, $y(6 \text{ s}) = -1 \text{ cm}$, $y(7 \text{ s}) = 0$, $y(8 \text{ s}) = +2 \text{ cm}$, $y(9 \text{ s}) = 0$, $y(10 \text{ s}) = -2 \text{ cm}$; ab 7 s also Amplitude 2,0 cm.

Hilfen zu Aufgabe 3: Interferenz von Wasserwellen*Formelkarte zu Aufgabe 3*

Zusammenhang	Formel
Wellengleichung	$c = \lambda \cdot f$
Gangunterschied im Punkt P	$\Delta s = \overline{PE_1} - \overline{PE_2} $
Gleichphasige Erreger	Maximum: $\Delta s = k\lambda$; Minimum: $\Delta s = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$
Größter möglicher Gangunterschied	$\Delta s_{\max} = d = \overline{E_1 E_2}$ (auf der Verbindungsgeraden außerhalb der Erreger)
Stehende Welle zwischen E_1 und E_2	Abstand benachbarter Knoten: $\frac{\lambda}{2}$

a) Dauerhaft ruhende Bereiche

Hilfe 1 · Idee: Zwei kohärente Kreiswellen gleicher Amplitude überlagern sich. Was passiert dort, wo stets ein Wellenberg der einen Welle auf ein Wellental der anderen trifft?

Hilfe 2 · Ansatz: Destruktive Interferenz bei $\Delta s = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$. Da beide Amplituden gleich sind, löschen sich die Wellen dort vollständig und dauerhaft aus. Punkte mit gleichem Δs liegen auf Hyperbeln (Knotenlinien).

b) Wellenlänge

Hilfe 1 · Idee: P liegt auf einer Knotenlinie, also gilt dort die Minimumbedingung. Welche Knotenlinie ist es? In Abb. 1 nachsehen: Zwischen P und der Mittelsenkrechten von E_1E_2 liegt keine weitere Knotenlinie.

Hilfe 2 · Ansatz: $\Delta s = 3,7 \text{ cm} - 3,2 \text{ cm} = 0,5 \text{ cm}$. Erste Knotenlinie ($k = 0$): $\Delta s = \frac{\lambda}{2}$. Rein rechnerisch wären auch $\lambda = 1/3 \text{ cm}$, $1/5 \text{ cm}$... möglich ($k = 1, 2, \dots$); das passt aber nicht zu Abb. 1, wo auf die Strecke $E_1E_2 = 3,0 \text{ cm}$ etwa drei Wellenlängen passen.

Kontrolle: $\lambda = 1,0 \text{ cm}$.

c) Frequenz

Hilfe 2 · Ansatz: $f = \frac{c}{\lambda}$ mit $c = 20,0 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ und $\lambda = 1,0 \text{ cm}$.

Kontrolle: $f = 20 \text{ Hz}$.

d) Beurteilung der Schüleraussage

Hilfe 1 · Idee: Zwischen den Erregern laufen die Wellen gegeneinander, es entsteht eine stehende Welle. „Auslenkung null“ und „in Ruhe“ sind nicht dasselbe.

Hilfe 2 · Ansatz: Dauerhaft in Ruhe sind nur die Knoten der stehenden Welle (Abstand $\lambda/2 = 0,5 \text{ cm}$). Alle anderen Teilchen schwingen. Ein Teilchen, das gerade durch die Ruhelage geht, hat dort sogar seine größte Geschwindigkeit.

Kontrolle: Die Aussage ist falsch. In Ruhe sind nur die Knoten bei $0,25 \text{ cm}$, $0,75 \text{ cm}$, ..., $2,75 \text{ cm}$ von E_1 ; dazwischen bewegen sich die Teilchen.

e) Mindestfrequenz für erneute Ruhe in P

Hilfe 1 · Idee: Der Gangunterschied in P bleibt $0,5 \text{ cm}$, denn die Geometrie ändert sich nicht. Mit steigender Frequenz wird λ kleiner. P ist wieder in Ruhe, wenn $0,5 \text{ cm}$ das nächstgrößere ungerade Vielfache von $\lambda/2$ ist.

Hilfe 2 · Ansatz: $0,5 \text{ cm} = 3 \cdot \frac{\lambda'}{2} \Rightarrow \lambda' = \frac{1}{3} \text{ cm}$, dann $f' = \frac{c}{\lambda'}$.

Kontrolle: $f' = 60 \text{ Hz}$.

f) Frequenzbereich ohne Knotenlinien

Hilfe 1 · Idee: Knotenlinien gibt es nur, wenn der Gangunterschied irgendwo in der Wanne $\lambda/2$ erreicht. Der größte mögliche Gangunterschied ist der Abstand der Erreger. Achtung: Hier geht es um kleinere Frequenzen als zu Beginn.

Hilfe 2 · Ansatz: Keine Knotenlinien, wenn $d < \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda > 6,0 \text{ cm} \Rightarrow f < \frac{c}{6,0 \text{ cm}}$.

Kontrolle: $f < 3,3 \text{ Hz}$.

Hilfen zu Aufgabe 4: Abstandsradarsystem beim Auto

Formelkarte zu Aufgabe 4 (Vorsätze: $G = 10^9$, $m = 10^{-3}$, $p = 10^{-12}$)

Zusammenhang	Formel
Wellengleichung	$c = \lambda \cdot f$, mit $c \approx 3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Thomson'sche Schwingungsgleichung	$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$
Energie im Schwingkreis	$E_{\text{el}} = \frac{1}{2}CU^2$, $E_{\text{mag}} = \frac{1}{2}LI^2$
Kapazität / Induktivität	$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$, $L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{l}$
Hertz'scher Dipol (Grundschiwingung)	$l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow f = \frac{c}{2l}$
Stehende Welle	Abstand benachbarter Minima (Knoten): $\frac{\lambda}{2}$

1 Einordnung ins Spektrum

Hilfe 1 · Idee: M1 ist nach Wellenlängen sortiert. Die Frequenzen also zuerst in Wellenlängen umrechnen.

Hilfe 2 · Ansatz: $\lambda = \frac{c}{f}$ für $f = 20 \text{ GHz}$ und $f = 80 \text{ GHz}$ berechnen und in Abb. 1 einordnen.

Kontrolle: $\lambda = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ bis $3,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, also zwischen 10^0 m und 10^{-4} m : Mikrowellen.

2 a) Schwingungen im Schwingkreis

Hilfe 1 · Idee: Energie „pendelt“ zwischen dem elektrischen Feld des Kondensators und dem magnetischen Feld der Spule. Die Selbstinduktion der Spule ist der Grund, warum der Strom nicht sofort aufhört.

Hilfe 2 · Ansatz: Ablauf beschreiben: Kondensator geladen (Energie im E-Feld) → Entladung über die Spule, der Strom steigt wegen der Selbstinduktion nur allmählich an (Lenz'sche Regel) → Kondensator entladen, Strom maximal (Energie im B-Feld) → Induktion hält den Strom aufrecht und lädt den Kondensator umgekehrt auf → Vorgang wiederholt sich in Gegenrichtung. Ohmsche Verluste dämpfen die Schwingung.

2 b) Bauteile aus M2

Hilfe 1 · Idee: Die größte erreichbare Frequenz ergibt sich mit der kleinsten Induktivität und der kleinsten Kapazität.

Hilfe 2 · Ansatz: $L = 4,4 \text{ mH}$ und $C = 4,7 \text{ pF}$ in die Thomson'sche Gleichung einsetzen und mit 20 GHz vergleichen.

Kontrolle: $f_{\text{max}} \approx 1,1 \text{ MHz}$, etwa um den Faktor $2 \cdot 10^4$ zu klein. Mit diesen Bauteilen ist es nicht möglich.

2 c) Hertz'scher Dipol als Grenzfall

Hilfe 1 · Idee: Nach Thomson wächst f , wenn L und C kleiner werden. Wie lassen sich Kapazität und Induktivität baulich verkleinern?

Hilfe 2 · Ansatz: Kondensatorplatten verkleinern und auseinanderziehen (C sinkt), Windungszahl der Spule bis auf ein gerades Leiterstück verringern (L sinkt). Übrig bleibt ein gerader Leiter, der offene Schwingkreis. Die Felder sind nicht mehr im Bauteil eingeschlossen, die Welle wird abgestrahlt. Sehr kleine L und C bedeuten sehr große f ; zum Beispiel braucht man für 20 GHz einen Dipol mit $l = \frac{c}{2f} = 7,5 \text{ mm}$.

Hilfen zu Aufgabe 5: Stehende Schallwellen im Klassenraum

Formelkarte zu Aufgabe 5 ($n = 1, 2, 3, \dots$)

Zusammenhang	Formel
Randbedingungen (Schnelle)	geschlossenes Ende (Wand): Knoten K; offenes Ende: Bauch B
Abstände in der stehenden Welle	$K-K = B-B = \frac{\lambda}{2}$; $K-B = \frac{\lambda}{4}$
Beide Enden gleich (K-K oder B-B)	$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}$, $f_n = n \cdot \frac{c}{2L}$
Einseitig geschlossen (K-B)	$L = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda_n = \frac{4L}{2n-1}$, $f_n = (2n - 1) \cdot \frac{c}{4L}$
Wellengleichung	$c = \lambda \cdot f$
Schnelle und Druck	Schnelleknoten = Druckbauch; Schnellebauch = Druckknoten

a) Die ersten drei stehenden Wellen

Hilfe 1 · Idee: Zuerst die Enden prüfen: Die Luft kann sich an einer Wand nicht bewegen, also liegt an beiden Wänden ein Schnelleknoten. Dann den Raum mit möglichst wenigen Abschnitten füllen, sodass K und B abwechseln.

Hilfe 2 · Ansatz: Grundschiwingung: K – B – K, also genau eine halbe Wellenlänge im Raum. Jede weitere Eigenschwingung bekommt ein zusätzliches Knoten-Bauch-Paar, die Enden bleiben K. Zum Schluss die Hüllkurven als Sinusbögen einzeichnen (durchgezogen und gestrichelt gespiegelt).

b) Wellenlängen und Frequenzen

Hilfe 2 · Ansatz: Die halben Wellenlängen im Raum abzählen: $L = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}$, dann $f_n = \frac{c}{\lambda_n}$ für $n = 1, 2, 3$.

Kontrolle: $\lambda_1 = 10$ m, $\lambda_2 = 5,0$ m, $\lambda_3 \approx 3,3$ m; $f_1 \approx 34$ Hz, $f_2 \approx 69$ Hz, $f_3 \approx 103$ Hz.

c) Wellenzustand an zwei Stellen

Hilfe 1 · Idee: Von der linken Wand aus in Viertelwellenlängen abzählen: An der Wand liegt K, nach $\lambda/4$ folgt B, nach $2 \cdot \lambda/4$ wieder K usw. Für das Mikrofon zählt der Druck, nicht die Schnelle.

Hilfe 2 · Ansatz: Für jede Eigenschwingung $m = \frac{x}{\lambda/4}$ berechnen. m gerade $\Rightarrow$ Knoten, m ungerade $\Rightarrow$ Bauch, m nicht ganzzahlig $\Rightarrow$ weder Knoten noch Bauch. Das Mikrofon misst die stärksten Druckschwankungen an einem Druckbauch, also an einem Schnelleknoten.

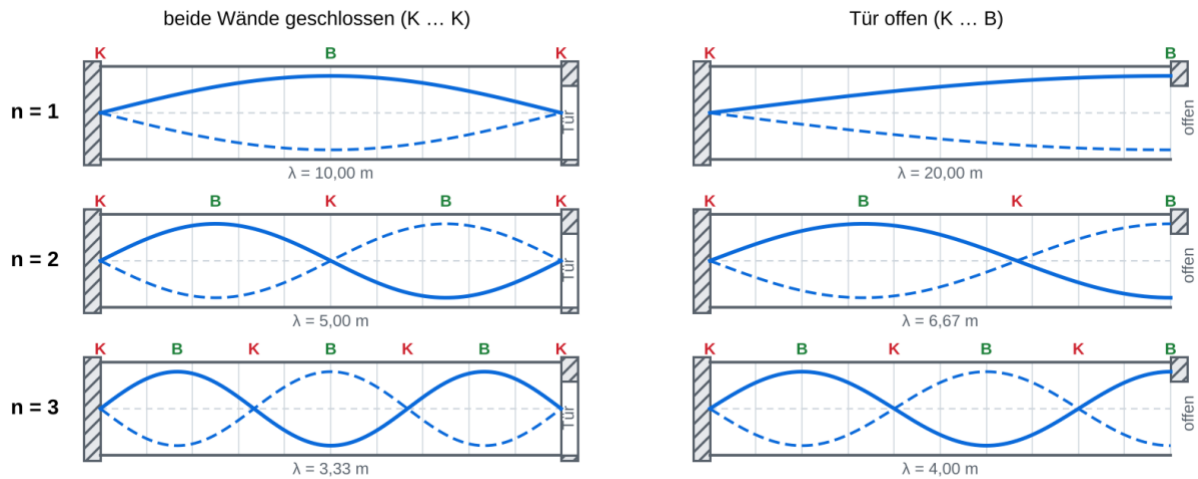
Kontrolle: $x = 2,5$ m: $n = 1 \Rightarrow m = 1$, Bauch; $n = 2 \Rightarrow m = 2$, Knoten; $n = 3 \Rightarrow m = 3$, Bauch. $x = 1,25$ m: $n = 1 \Rightarrow m = 0,5$, zwischen K und B; $n = 2 \Rightarrow m = 1$, Bauch; $n = 3 \Rightarrow m = 1,5$, zwischen B und K. Das Mikrofon in der Raummitte liefert bei $n = 2$ das stärkste Signal (Schnelleknoten = Druckbauch).

d) Die Tür wird geöffnet

Hilfe 1 · Idee: An der offenen Tür kann sich die Luft frei bewegen. Was liegt dort nun, Knoten oder Bauch? Welchem Rohrtyp entspricht der Raum dann?

Hilfe 2 · Ansatz: Links bleibt K, rechts entsteht B: Der Raum wirkt wie ein einseitig geschlossenes Rohr. Bedingung $L = (2n - 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$. Die neuen Eigenfrequenzen berechnen und mit b) vergleichen. Beispiel: Ist der bisher gespielte Ton der zweiten Eigenschwingung noch eine Eigenfrequenz?

Kontrolle: $\lambda_1 = 20$ m, $\lambda_2 \approx 6,7$ m, $\lambda_3 = 4,0$ m; $f_1 \approx 17$ Hz, $f_2 \approx 51$ Hz, $f_3 \approx 86$ Hz. Die Grundfrequenz halbiert sich, und es gibt nur noch ungerade Vielfache von f_1 . Der Ton mit 69 Hz ist keine Eigenfrequenz mehr, seine stehende Welle bricht zusammen.



Lösungsskizze zu Aufgabe 5: Schnelle-Hüllkurven der ersten drei Eigenschwingungen

Hilfen zu Aufgabe 6: Elektronenwellen im Wasserstoffatom

Formelkarte zu Aufgabe 6

Zusammenhang	Formel
Energieniveaus, Übergang	$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}$; $\Delta E = E_o - E_u$ (oberes minus unteres Niveau)
Photonenenergie	$\Delta E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$
Coulomb-Kraft (Proton und Elektron)	$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$
Kreisumfang	$U = 2\pi r$
de-Broglie-Wellenlänge	$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v} \Rightarrow v = \frac{h}{m_e \cdot \lambda}$
Umlauffrequenz	$f = \frac{v}{U}$
Welle im Kasten / auf der Kreisbahn	$L = n \cdot \frac{\lambda}{2} / 2\pi r = n \cdot \lambda$

a) Linienspektrum

Hilfe 1 · Idee: Das Elektron kann nur bestimmte Energien annehmen. Welche Photonenenergien sind dann beim Wechsel zwischen zwei Niveaus möglich?

Hilfe 2 · Ansatz: Nur feste Energiedifferenzen $\Rightarrow$ nur Photonen bestimmter Energie $\Rightarrow$ nur bestimmte Wellenlängen (Linien). Rechnung: $E_3 = -1,51 \text{ eV}$ und $E_2 = -3,40 \text{ eV}$, ΔE in Joule umrechnen, dann $\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E}$.

Kontrolle: $\Delta E = 1,89 \text{ eV} \approx 3,03 \cdot 10^{-19} \text{ J}$; $\lambda \approx 656 \text{ nm}$, rotes Licht.

b) Coulomb-Kraft auf zwei Bahnen

Hilfe 1 · Idee: Kern und Elektron tragen beide die Ladung e (mit entgegengesetztem Vorzeichen) und ziehen sich an. Wie hängt die Kraft vom Abstand ab?

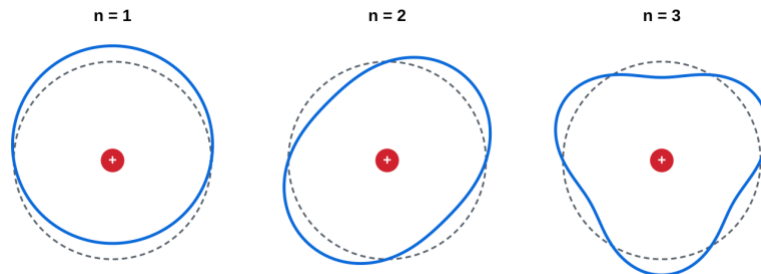
Hilfe 2 · Ansatz: Die Radien in Meter umrechnen und in $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2}$ einsetzen. Für den Faktor: $\frac{r_2}{r_1} = 4$, die Kraft hängt von $\frac{1}{r^2}$ ab.

Kontrolle: $F_1 \approx 8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$, $F_2 \approx 5,1 \cdot 10^{-9} \text{ N}$. Die Kraft sinkt auf 1/16, weil der Radius viermal so groß ist und $4^2 = 16$.

c) Elektronenwellen auf den Bahnen

Hilfe 1 · Idee: Die Welle läuft um den Kern herum und muss nach einem Umlauf glatt an sich selbst anschließen.

Hilfe 2 · Ansatz: Den Kreis gedanklich in $2n$ gleich lange Bögen teilen und abwechselnd einen Wellenberg (außerhalb der Bahn) und ein Wellental (innerhalb) zeichnen: $n = 1 \Rightarrow 1$ Berg und 1 Tal, $n = 2 \Rightarrow$ je 2, $n = 3 \Rightarrow$ je 3.



Lösungsskizze zu Aufgabe 6 c): n volle Wellenlängen auf der n -ten Bahn

d) Zweite Bahn: Wellenlänge, Geschwindigkeit, Umlauffrequenz

Hilfe 2 · Ansatz: $U = 2\pi r_2$; zwei volle Wellenlängen $\Rightarrow \lambda = \frac{U}{2}$. Mit de Broglie $v = \frac{h}{m_e \cdot \lambda}$. Das Elektron legt pro Umlauf den Weg U zurück: $f = \frac{v}{U}$.

Kontrolle: $U \approx 1,33 \cdot 10^{-9} \text{ m}$, $\lambda \approx 6,66 \cdot 10^{-10} \text{ m}$, $v \approx 1,09 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $f \approx 8,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ (das Elektron umkreist den Kern also rund 800 Billionen Mal pro Sekunde).

e) Kreisbahn und Kasten im Vergleich

Hilfe 1 · Idee: Im Kasten legen die Wände die Randbedingung fest (Knoten an beiden Wänden). Auf der Kreisbahn gibt es keine Wände; dort läuft die Welle nach einem Umlauf in sich selbst zurück.

Hilfe 2 · Ansatz: Im Kasten genügt es, wenn zwischen den beiden Knoten an den Wänden eine ganze Zahl halber Wellenlängen liegt. Auf der Kreisbahn muss die Welle nach einem Umlauf in derselben Phase ankommen, in der sie gestartet ist. Für das Beispiel prüfen: Was trifft nach einem Umlauf mit 2,5 Wellenlängen aufeinander?